

Problemas de 3 pontos

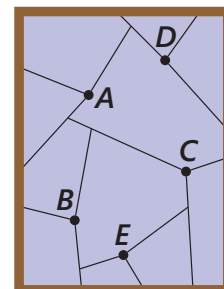
01. O ano 2025 é um quadrado perfeito, pois $2025 = 45^2$. Quantos anos vão se passar até o próximo ano que seja um quadrado perfeito?

- (A) 25 (B) 91 (C) 121 (D) 500 (E) 2025

02. Durante uma chuva de granizo, cinco pedras de gelo atingiram uma janela de vidro nos pontos *A*, *B*, *C*, *D* e *E*, uma depois da outra e não necessariamente nessa ordem. Em cada ponto onde uma pedra atingiu o vidro, surgiram rachaduras que vão até rachaduras formadas anteriormente ou até as bordas do vidro.

Em que ordem as pedras atingiram o vidro?

- (A) *DACBE* (C) *BDACE* (E) *DCABE*
(B) *ABCDE* (D) *BCDAE*



03. Vicente tem 20 bolinhas nas cores amarelo, verde, azul e preto. Exatamente 17 das bolinhas não são verdes, 15 não são pretas e 12 não são amarelas.

Quantas das bolinhas são azuis?

- (A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 4 (E) 3

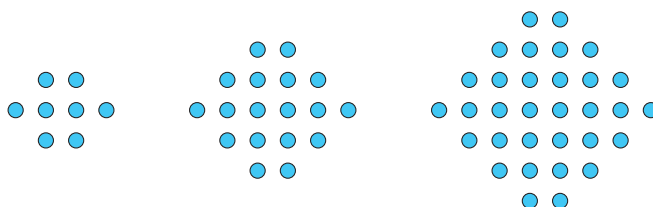
04. O resultado de 88×888 pertence a qual dos intervalos abaixo?

- (A) Entre 8 e 88. (C) Entre 888 e 8888. (E) Entre 88888 e 888888.
(B) Entre 88 e 888. (D) Entre 8888 e 88888.

05. Qual número abaixo é igual à raiz quadrada de 16^{16} ?

- (A) 4^4 (B) 4^8 (C) 4^{16} (D) 8^8 (E) 16^4

06. As figuras abaixo, formadas por pontos, são as três primeiras figuras de uma sequência. Quantos pontos formam a quinta figura dessa sequência?



- (A) 72 (B) 74 (C) 76 (D) 78 (E) 80

07. Marcos obtém o número x quando divide $\sqrt{11}$ por 3. Em que posição da reta numérica o número x está?

- (A) Entre 0 e 1. (C) Entre 2 e 3. (E) Entre 4 e 5.
(B) Entre 1 e 2. (D) Entre 3 e 4.

08. As barras de chocolate favoritas de Sílvia são vendidas em pacotes. Cada pacote tinha 5 barras, mas passou a ter apenas 4 barras. O preço de cada pacote continuou o mesmo.

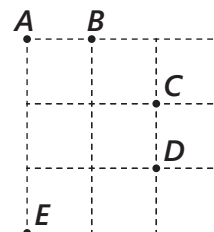
Em quantos por cento o preço de cada barra aumentou?

- (A) 10% (B) 20% (C) 25% (D) 30% (E) 50%

09. Roberto vai remover um dos pontos A , B , C , D ou E da figura, de modo que a distância entre cada par de pontos restantes seja diferente das demais.

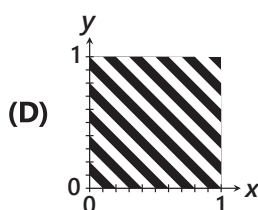
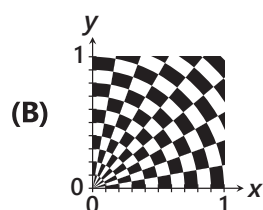
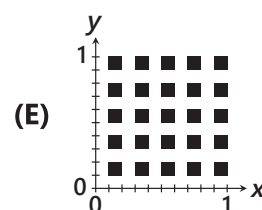
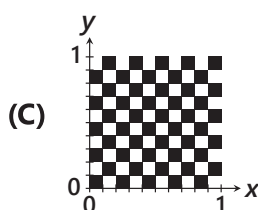
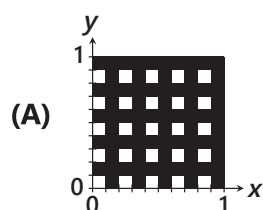
Qual ponto Roberto deve remover da figura?

- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E



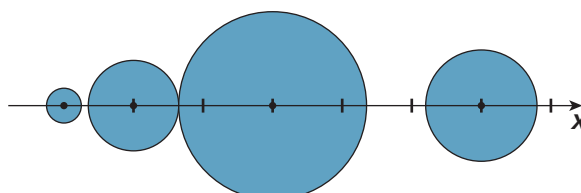
10. No plano xy , partes do quadrado definido por $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$ foram pintadas de preto. Um ponto (x, y) está em uma dessas partes pretas do quadrado se, e somente se, nas suas duas coordenadas x e y , o primeiro dígito depois da vírgula dos decimais for ímpar.

Como ficou o quadrado depois de pintado?



Problemas de 4 pontos

11. Quatro discos circulares de raios r_1 , r_2 , r_3 e r_4 devem ser centrados nos pontos $(0; 0)$, $(1; 0)$, $(3; 0)$ e $(6; 0)$ da reta x . Os discos podem se tocar, mas não se sobrepor, como no exemplo representado abaixo.



Qual é o maior valor possível de $r_1 + r_2 + r_3 + r_4$?

- (A) 3 (C) 5 (E) O valor é ilimitado.
(B) 4 (D) 6

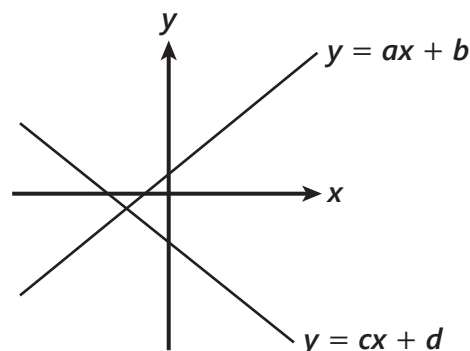
12. Em um conjunto de 10 números inteiros positivos, há exatamente cinco que são divisíveis por 5 e exatamente sete que são divisíveis por 7. M é o maior número desse conjunto.

Qual é o menor valor possível para M ?

- (A) 105 (B) 77 (C) 75 (D) 70 (E) 63

13. Um estudante desenhou os gráficos de duas funções lineares no plano cartesiano, como mostrado.

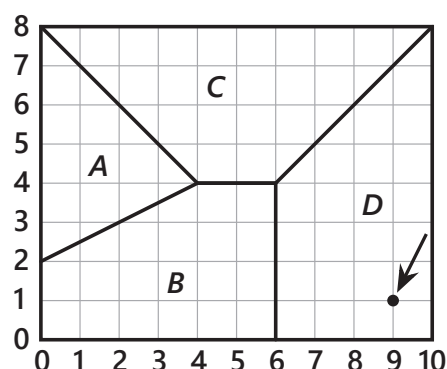
Qual afirmação é sempre verdadeira sobre a expressão $ab + cd - (ac + bd)$?



- (A) Ela é negativa.
(B) Ela é não positiva.
(C) Ela é positiva.
(D) Ela é igual a 0.
(E) Nenhuma das anteriores.

14. O mapa de uma pequena cidade com 4 escolas está representado ao lado. Em cada uma das regiões A , B , C e D do mapa, há uma escola. Os pontos de cada região estão mais próximos da escola dessa região do que de qualquer outra escola. As coordenadas da escola da região D são (9, 1).

Quais são as coordenadas da escola da região A ?

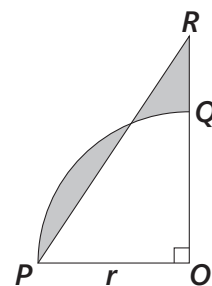


- (A) (0, 4) (D) (1, 6)
(B) (1, 4) (E) (2, 4)
(C) (1, 5)

15. A figura ao lado mostra um quarto de círculo OPQ de raio r e um triângulo OPR . As duas regiões sombreadas na figura têm a mesma área.

Qual é o comprimento do segmento OR ?

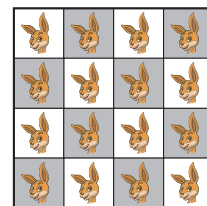
- (A) $\frac{\pi r}{2}$ (B) $\frac{3r}{2}$ (C) πr (D) $\frac{2}{\pi}$ (E) $\frac{\pi}{2r}$



16. Qual é o menor número inteiro positivo N para o qual $\sqrt{2\sqrt{3\sqrt{N}}}$ é um número inteiro?

- (A) $2^{12} \cdot 3^6$ (B) $2^4 \cdot 3^{14}$ (C) $2^4 \cdot 3^6 \cdot 5^8$ (D) $2^4 \cdot 3^2$ (E) $2^4 \cdot 3^6$

17. Em um tabuleiro 4×4 , há 16 cangurus, um em cada casa inicialmente. A cada etapa, cada canguru deve pular para uma casa vizinha, na vertical ou na horizontal. Todos os cangurus devem permanecer no tabuleiro e pode haver vários cangurus em qualquer uma das casas.

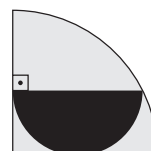


Qual é o maior número possível de casas vazias após 100 etapas?

- (A) 15 (B) 14 (C) 12 (D) 10 (E) 8
18. O número de cinco dígitos $N18NN$ é divisível por 18. Qual das seguintes afirmações é verdadeira sobre o dígito N ?
- (A) Há exatamente uma possibilidade para N . (D) Há mais de três possibilidades para N .
 (B) Há exatamente duas possibilidades para N . (E) Não existe possibilidade alguma para N .
 (C) Há exatamente três possibilidades para N .

19. Na figura ao lado, a área do semicírculo preto é 12 cm^2 . Qual é a área do quarto de círculo?

- (A) 42 cm^2 (B) 36 cm^2 (C) 32 cm^2 (D) 30 cm^2 (E) 25 cm^2



20. Quando a vovó começou a tricotar meias de lã, ela tinha uma grande bola de lã com 30 cm de diâmetro. Depois que a vovó tricotou 70 meias, essa bola de lã ficou com 15 cm de diâmetro.

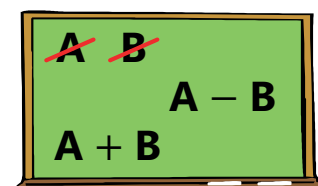
A vovó consegue tricotar mais quantas meias com a lã que sobrou?

- (A) 70 (B) 50 (C) 30 (D) 20 (E) 10



Problemas de 5 pontos

21. Um estudante escreve dois números no quadro. Em seguida, apaga esses números e escreve a soma e a diferença positiva deles, como representado na figura. Ele repete esse processo para os novos números escritos no quadro.



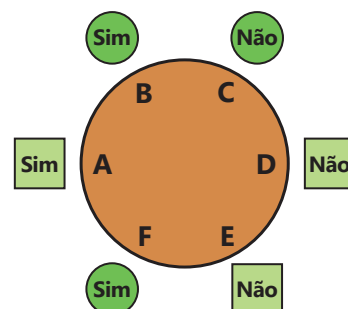
Quais números ficarão no quadro ao final, se o estudante começar com os números 3 e 5 e repetir o processo 50 vezes?

- (A) 3^{25} e 5^{25} (C) $2 \cdot 3^{25}$ e $2 \cdot 5^{25}$ (E) Nenhum dos anteriores.
 (B) 3^{50} e 5^{50} (D) $3 \cdot 2^{25}$ e $5 \cdot 2^{25}$
22. João escreveu um número inteiro qualquer de dois dígitos. Em seguida, ele apagou o dígito das unidades e o número inicial diminuiu em $p\%$.

Qual alternativa mostra o valor mais próximo do maior valor possível de p ?

- (A) 10 (B) 50 (C) 90 (D) 95 (E) 99

23. Três alienígenas quadrados de Marte e três alienígenas redondos de Júpiter sentaram-se em volta de uma mesa, como mostrado. Apenas um desses alienígenas tem a chave do disco voador. Todos os alienígenas de um planeta falam sempre a verdade, e todos os alienígenas do outro planeta sempre mentem. Todos os alienígenas responderam à pergunta: "Algum alienígena que está sentado ao seu lado tem a chave?". As respostas estão mostradas na figura.

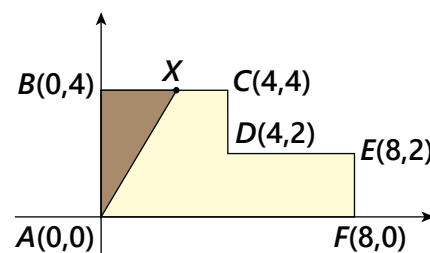


Qual dos alienígenas tem a chave do disco voador?

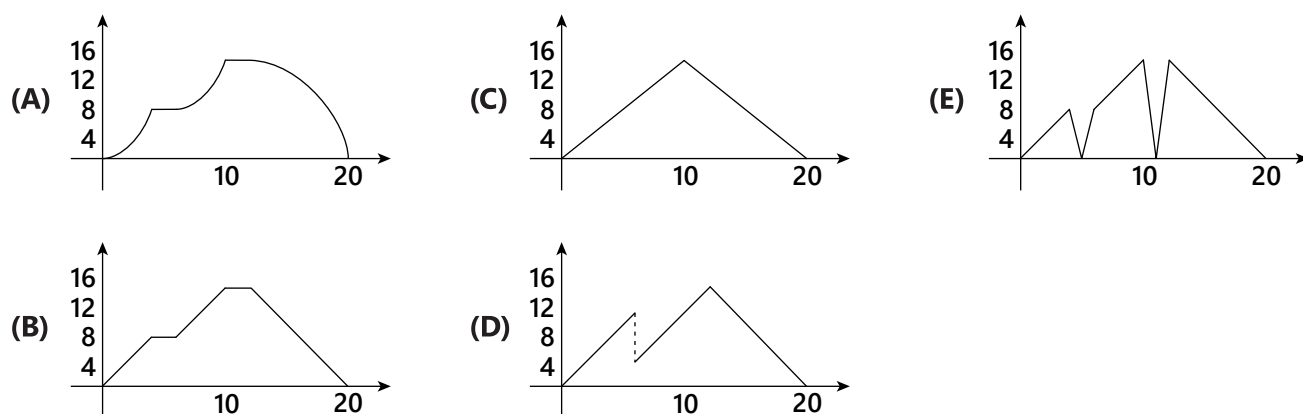
- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E
24. Julia e sua irmã, Paula, andam de bicicleta. As duas saem juntas de casa e seguem o mesmo caminho com velocidades constantes, Julia a 18 km/h e Paula a 12 km/h. Depois de 20 minutos, Julia se cansa e decide voltar. Assim que ela e Paula se encontram, Paula passa a andar no mesmo sentido de Julia e as duas seguem o caminho de volta para casa, cada uma com a sua velocidade constante.

Paula vai chegar em casa quantos minutos depois da chegada de Julia?

- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 15
25. O ponto X desloca-se do vértice B para o vértice A do polígono $BCDEFA$ no sentido horário e passando pelos lados do polígono, como mostrado. O polígono está representado no plano cartesiano. Seja $f(x)$ a área do triângulo ABX , em que x representa a distância percorrida pelo ponto X .

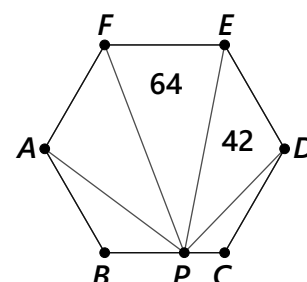


Qual alternativa mostra o gráfico da função f ?



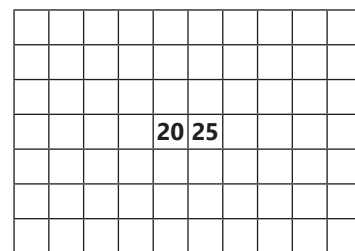
26. A figura mostra um hexágono regular $ABCDEF$. O ponto P está sobre o lado BC , de modo que a área do triângulo PEF é 64 e a área do triângulo PDE é 42.

Qual é a área do triângulo APF ?



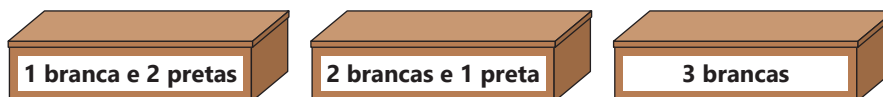
- (A) 53 (B) 54 (C) 56 (D) 60 (E) 64

27. Patrícia escreve um número em cada casa do quadriculado 7×10 ao lado. A soma dos números em qualquer retângulo 3×4 ou 4×3 desse quadriculado deve ser 0. Ela já escreveu dois números no quadriculado, como mostrado.



Qual é a soma de todos os números que Patrícia escreve no quadriculado?

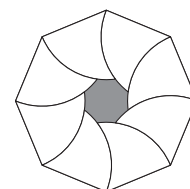
- (A) -5 (C) -25 (E) Impossível descobrir.
(B) -20 (D) -45
28. Cada uma das três caixas abaixo contém três bolas. As etiquetas servem para indicar quais bolas as caixas contêm. Nas caixas abaixo, as etiquetas foram trocadas entre si e agora nenhuma delas indica corretamente as bolas de cada caixa.



A cada vez, Marco escolhe uma caixa e tira uma bola dela. Ele tira cada bola aleatoriamente, sem olhar o conteúdo da caixa, e anota a cor da bola, sem colocar a bola de volta.

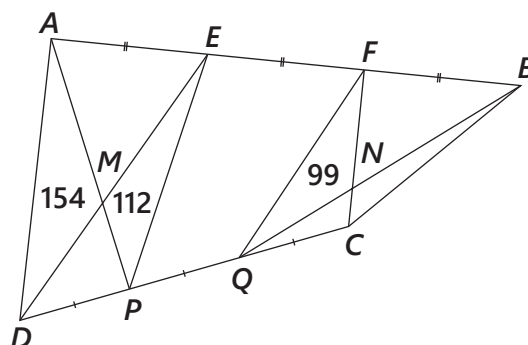
Qual é a menor quantidade de bolas que Marco precisa tirar das caixas para descobrir quais bolas cada caixa contém?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
29. A figura mostra um octógono regular de lados 1 cm. Para cada vértice do octógono, foi desenhado um arco de círculo de raio 1 cm no interior do octógono com centro nesse vértice, como mostrado.



Qual é o perímetro da região sombreada na figura?

- (A) π cm (B) $\frac{2\pi}{3}$ cm (C) $\frac{8\pi}{9}$ cm (D) $\frac{4\pi}{5}$ cm (E) $\frac{3\pi}{4}$ cm
30. Os lados AB e CD do quadrilátero convexo $ABCD$ foram divididos em três segmentos iguais cada, pelos pontos E, F, P e Q . Na figura, $AE = EF = FB$ e $DP = PQ = QC$. As diagonais do quadrilátero $AEPD$ se intersectam em M , e as diagonais do quadrilátero $FBCQ$ se intersectam em N . As áreas dos triângulos AMD , EMP e FNQ são 154, 112 e 99, respectivamente.



Qual é a área do triângulo BCN ?

- (A) 57 (B) 70 (C) 72 (D) 86 (E) 141